

# 大型火砲傳火管內燃燒現象之模擬

楊 浩

## 摘 要

大型火砲傳火管經由底火藥點燃後進而引燃整個火藥鏈，因此傳火管的特性將直接影響火藥鏈效率，甚至整個膛內彈道特性，因此評估其是否為最佳設計，便成為相當重要的課題。本文將在相同的物理條件及合理的假設下，藉改變空隙率、使用不同型式底火能量、減少 50% 底火藥量、改變傳火管徑與傳火孔徑間比例等方式並運用數值模擬的方法，對傳火管內燃燒現象進行研究，以提供傳火管設計上的參考。在本文中以國造 120mm 迫擊高爆彈傳火管為模擬元件，應用 Lax-Wendroff 數值法產生格點系統進行數值運算，並在 Silicon Graphics Workstation of Indigo 2 下執行，結果顯示採用高空隙率、底火能量釋放較平均及傳火管徑與傳火孔徑比例維持在 0.3 上下，除符合經濟效益外亦具理想的燃燒條件。

## 目 次

- |         |
|---------|
| 一、前言    |
| 二、理論分析  |
| 三、數值方法  |
| 四、結果與討論 |
| 五、總結    |
| 六、符號說明  |
| 七、參考文獻  |

關鍵詞：火藥鏈、空隙率、Lax-Wendroff 數值法

# The Simulation of Combustion Phenomenon in The Center Core Igniter of Large Caliber

Hao Yang

Department of System Engineering  
Chung-Cheng Institute of Technology

## ABSTRACT

The energy output of center core igniter that is ignited by primer is strongly influence on the entire explosive train. So it is very important to evaluate its optimal design. Under the same physical conditions accompany with suitable assumptions , the combustion phenomenon in the center core igniter is researched by changing the porosity , different types of primer , different ratios between igniter diameter and side-hole diameter and using the numerical method to simulate . We hope to give a suggesting for the design of the center core igniter. In this paper, the center core igniter of R.O.C. 120mm motar is chose for simulation and the LAX-WENDROFF numerical method is used to build the decimation to get the results which are utilized for fortran program running at Silicon Graphics Workstation of INDIGO 2. The results show that large porosity , step type energy release and ratio between igniter diameter and side-hole diameter to 0.3 have good combustion efficiency.

Keywords: explosive train , porosity , Lax-Wendroff numerical method.

## 一、前言

目前有關於大口徑火砲具備傳火管之膛內彈道特性方面在國外的各種研究有限，但國內針對底火藥點燃傳火藥，傳火藥再引燃主裝藥，此一連續燃燒現象的探討，卻少之又少。特別是傳火藥的燃燒現象，在這一連串的火藥鏈中，負有承先啓後的作用，如何適當而有效地引爆主裝藥，使其產生所需的推進力，在整個膛內彈道的效能中，具有相當重要的關係。本文係針對傳火管設計不良時，在燃燒過程中產生傳火不良的現象進行模擬分析，藉以改善火藥鏈的燃燒效率。

傳統上有關這方面的研究，多採半經驗法則，缺乏完整的理論模式，徒增金錢及時間上的浪費。現今因電腦軟硬體的科技快速發展，若能在實驗之前，先利用數值模擬的方法來處理，必可達到事半功倍的效果。本文將對傳火管內的燃燒現象進行研究，並在改變改變空隙率、使用不同型式底火能量、減少 50%底火藥量、改變傳火管徑與傳火孔徑間比例等方式，希望能藉由數值模擬，在合理的假設條件下，提出一適當的建議。

有關膛內彈道模擬較具代表性的理論整理如下：1793 年經典內彈道理論(Lump Parameter Code)[1]，建立較完備的膛內燃燒理論基礎，但其理論只可模擬出整個砲膛內最大膛壓、膛壓曲線及氣固兩相物理性質的平均值。1971 年由 Buyevich 提出統計模式(Statistical Model) [2][3][4]，利用統計方法分析，但需要有可靠的統計數據為後盾。1974 年由 Krier 等人提出連體動力學模式(Continuum Mechanics Model) [5]，假設氣體與固體共同存於空間中，但氣固兩相間的一些交互作用現象無法描述。1976 年由 K.K. Kuo 提出二相流體動力學(Two phase fluid dynamic model)[6]，先將氣固二相以體積分率(Volume fraction)表示所佔的空間比例，並由此推導出氣固二相的統御方程式。1977 年由 C. T. Crowe 提出的 PSI-Cell (Particle-Source-In Cell) [7]，以 Lagrangian 觀點來推導二相統御方程式，

## 二、理論分析

傳火管內的燃燒現象相當具複雜性，包含許多物理及化學的現象，為了順利模擬此管內的燃燒現象，基本上由統御方程式、輔助方程式配合邊界條件、初始條件，並採用 Lax-Wendroff 數值方法進行數值運算。

### (一) 統御方程式

質量守恆方程式、動量守恆方程式、能量守恆方程式等，可以如下的通式表示：

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial F(Z)}{\partial x} = H(Z) \quad (1)$$

上式中

$$\underline{\underline{Z}} = \begin{bmatrix} \tilde{M} \\ \tilde{U} \\ \tilde{E} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$F(\underline{\underline{Z}}) = \begin{bmatrix} \tilde{U} \\ \frac{\tilde{U}^2}{\tilde{M}} + \tilde{P} \\ \frac{\tilde{U}}{\tilde{M}} \cdot (\tilde{E} + \tilde{P}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H(\underline{\underline{Z}}) = \begin{bmatrix} Q1 \\ Q2 \\ Q3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\dot{M}_c \cdot \dot{C} \dot{M}_o = Q1 \quad (5)$$

$$\dot{M}_o \cdot u - D_x = Q2 \quad (6)$$

$$-\dot{M}_o \cdot H_g - \dot{M}_{op} \cdot \frac{p}{\rho} + N_p \cdot S_p [R_b \cdot \rho_p \cdot H_p - J_a \cdot H_c (T - T_{ps})] = Q3 \quad (7)$$

## (二) 輔助方程式

狀態方程式

$$p \cdot \left( \frac{1}{\rho} - \alpha \right) = R \cdot T \quad (8)$$

流動阻力關係式

$$D_x = \frac{\mu \cdot u(1-\phi)}{12 \cdot r_p \cdot \phi} \cdot \left[ 276.23 + 5.05 \cdot \frac{R_e^{0.37}}{(1-\phi)^{0.54}} \right] \quad (9)$$

火藥顆粒的雷諾數

$$R_e = \frac{2 \cdot \rho \cdot r_p \cdot |u|}{\mu} \quad (10)$$

氣體黏滯性係數

$$\mu = \frac{c_1 \cdot T^{1.5}}{c_2 + T} \quad (11)$$

氣體熱傳導係數:

$$k = \frac{c_3 \cdot T^{1.5}}{c_4 + T} \quad (12)$$

努謝爾係數值

$$N_u = 0.4 \cdot R_e^{0.7} (P_r)^{\frac{1}{3}} \quad (13)$$

氣體內能  $e$  關係式

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} \cdot \left( \frac{1}{p} - \alpha \right) \quad (14)$$

氣體總能  $H_g$  關係式

$$H_g = e + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \quad (15)$$

火藥顆粒燃燒釋放能  $H_p$  關係式

$$H_p = \frac{f}{\gamma - 1} - \frac{p}{\rho_p} \quad (16)$$

氣體與火藥顆粒間之熱傳遞係數  $H_c$

$$H_c = N_u \cdot \frac{k}{r_p} \quad (17)$$

藥粒燃燒速率關係式如下:

$$R_b = 28.24 \cdot p^{0.56} \quad (18)$$

火藥燃燒氣體質量產生率

$$\dot{M}_c = N_p \cdot S_p \cdot R_b \cdot \rho_p \quad (19)$$

管壁傳火孔流出的氣體和固體質量流率〔8〕

氣體質量流率  $\dot{M}_o$

$$\dot{M}_o = c_0 \cdot n_0 \cdot \frac{\pi \cdot r_0^2 \cdot \phi}{A} \cdot \rho \cdot \left[ \frac{2 \cdot \gamma}{\gamma + 1} \cdot \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{2}{\gamma - 1}} \cdot R \cdot T \right] \quad (20)$$

固體質量流率  $\dot{M}_{op}$

$$\dot{M}_{op} = \frac{1 - \phi}{\phi} \cdot \frac{\rho_p}{\rho} \cdot \frac{\dot{M}_o}{\eta} \quad (21)$$

藥粒表面溫度近似關係式

$$T_{ps}(t + \Delta t) = T_{ps}(t) + \frac{2}{k_p} \cdot \frac{H_c [T - T_{ps}(t)]}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\alpha_1} \cdot [(t + \Delta t)^{0.5} - t^{0.5}] \quad (22)$$

火藥顆粒燃燒尺寸

$$r_p(t + \Delta t) = r_p(t) - R_b \cdot \Delta t \quad (23)$$

### (三) 假設條件

1. 火藥粒密度為定值。
2. 主要燃燒產物為固體微粒及氣體。
3. 視為一維的問題模擬分析。
4. 忽略氣體的黏滯性及對管壁的熱散失。
5. 火藥顆粒與管內側壁表面為點接觸，燃燒中藥粒無碎裂和變形的現象。
6. 燃燒產物遵守 Lennard-Jones 6-12 Potential 狀態方程式。
7. 不考慮熱輻射效應。
8. 每一相均具連續性。
9. 忽略火藥擠壓應力。

### (四) 邊界條件

$$u(t, 0) = u(t, l) = 0 \quad (24)$$

### (五) 初始條件

$$T(0, x) = T_0 \quad (25)$$

$$p(0, x) = p_0 \quad (26)$$

$$T_{ps}(0, x) = T_0 \quad (27)$$

$$u(0, x) = 0 \quad (28)$$

### 三、數值方法

本文採用 Lax-Wendroff 兩步差分格式將統御方程式離散化，以求取數值解。

Lax-Wendroff 兩步差分法其格點系統如下所述：第一步驟計算格點系統中之半格點值，即“X”上的點，將求出之半格點值利用第二步驟計算 n+1 層上的全格點值，即“O”上的點，如此即可計算出格點系統中全格點的數值解，如圖 1。

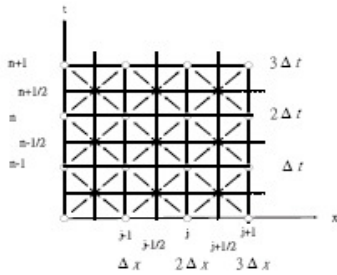


圖1. Lax-Wendroff兩步差分法格點系統

邊界點的處理方式如下：假設  $n\Delta t$  時刻的值為已知，則  $t = n\Delta t$  時刻  $j=0,1,2,3,\dots$  的各類物理量亦是已知，根據鏡像反射法，在  $t = n\Delta t$  時刻  $j=-1,-2,-3,\dots$  的各類物理量分別等於  $j=1,2,3,\dots$  上的物理量。因速度為向量，所以只差一個符號。表示型式如下：

$$\tilde{M}_j^n = \tilde{M}_{-j}^n \quad (29)$$

$$\tilde{U}_j^n = -\tilde{U}_{-j}^n \quad (30)$$

$$\tilde{E}_j^n = \tilde{E}_{-j}^n \quad (31)$$

$j = 1, 2, 3, 4, \dots$

即可算出邊界值，如圖 2。

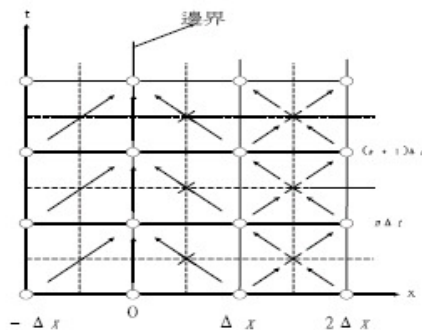


圖2. Lax-Wendroff兩步差分法邊界格點系統

另外，關於半格點值、全格點值為：

第一步驟：格點系統中的半格點值  $Z_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot (Z_{j+1}^n + Z_j^n) - \frac{\Delta t}{2\Delta X} \cdot (F_{j+1}^n - F_j^n) + \frac{\Delta t}{2} \cdot H_{j+\frac{1}{2}}^n$  (32)

上式中

$$H_{j+\frac{1}{2}}^n = \frac{1}{2} \cdot (H_{j+1}^n + H_j^n) \quad (33)$$

第二步驟：計算格點系統中的全格點值

$$Z_j^{n+1} = Z_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta X} \cdot (F_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - F_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) + \Delta t \cdot H_j^{n+\frac{1}{2}} \quad (34)$$

上式中

$$H_j^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot (H_{j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + H_{j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) \quad (35)$$

利用上述第一、二步驟將統御方程式離散化後配合輔助方程式及邊界、初始條件，使用 Fortran 程式語言撰寫，模擬傳火管內燃燒現象。

### 四、結果與討論

#### (一) 改變空隙率對燃燒現象之影響

1. 管內火藥空隙率（即火藥裝填密度）越大者，由於火藥裝填密度較小，相對地燃燒後其壓力分佈範圍會越趨於低壓區。另一方面，由於傳火管內裝藥量少空間較大，熱傳遞相形之下較迅速其溫度分佈範圍越趨於高溫區。經模擬結果在空隙率 0.9 時其壓力、溫度的數值約為 28MPa，3152k 左右，如圖 3.4。因此對於火藥鏈燃燒效率而言，空隙率大者應是有利的燃燒條件。

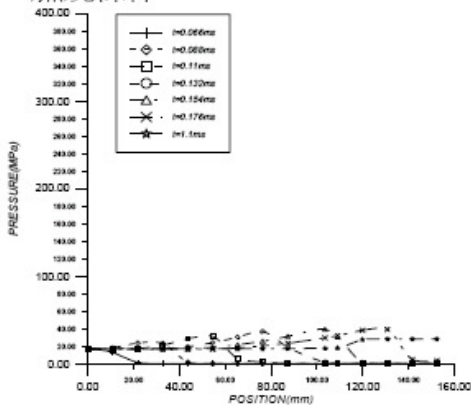


圖 3. 傳火管上固定點在空隙率 0.9 時不同時刻壓力分佈曲線

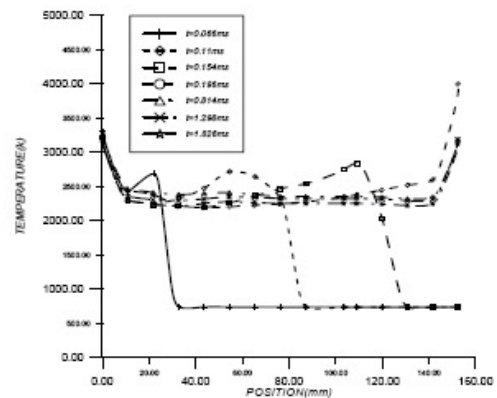


圖 4. 傳火管上固定點在空隙率 0.9 時不同時刻溫度分佈曲線

2. 管側壁傳火孔之破孔狀況，不管是空隙率的大小皆趨於線性關係，即依照開孔的先後順序破孔，不會有先後顛倒的情形，可作為燃燒現象的參考，如圖 5。

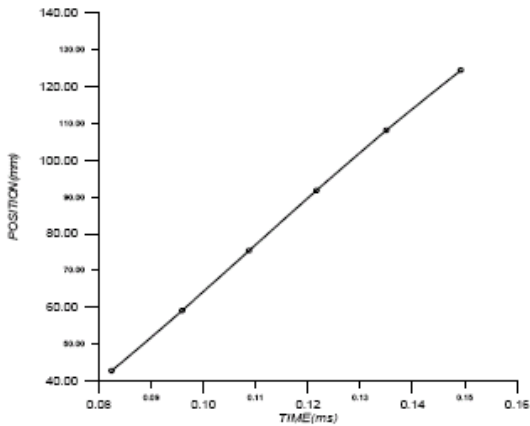


圖 5.傳火管側壁固定位置之傳火孔在空隙率 0.9 時破孔時間分佈曲線

(二) 不同型式底火能量對燃燒現象之影響

1. 針對類型 1、類型 2、類型 3 等不同底火能量型式模擬的結果，如圖 6.7.8，應以類型 1 為較佳的點火能量型式，因其具有較佳的壓力分佈曲線，如圖 9。
2. 溫度分佈狀況，三種不同能量型式具有相似的溫度條件，但以類型 1 使傳火管體的溫差最小為佳，如圖 10。
3. 型 1 的底火能量型式作為製作底火藥的方式，應較容易控制成品製成。

(類型 1.)

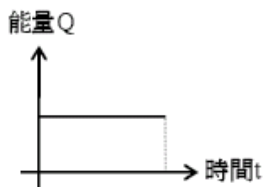


圖6.

(類型 2.)

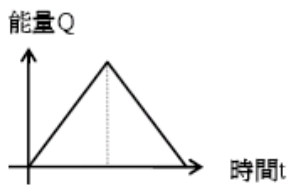


圖7.

(類型 3.)

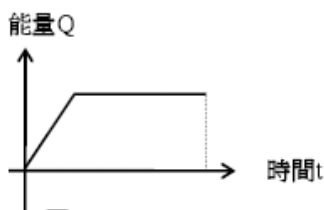


圖8.

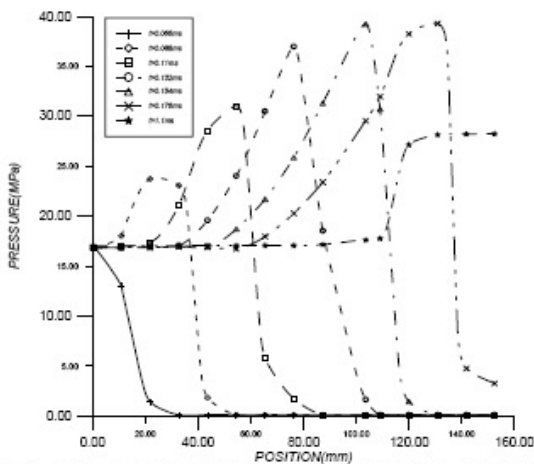


圖 9.傳火管上固定點在類型 1.底火能量時不同時刻壓力分佈曲線

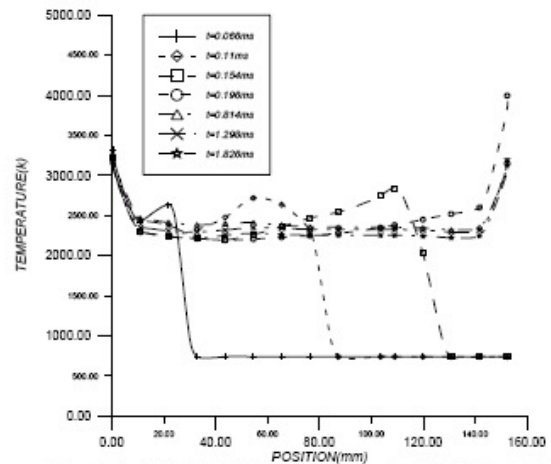


圖 10.傳火管上固定點在類型 1.底火能量時不同時刻溫度分佈曲線

(三) 減少 50%底火藥量對燃燒現象之影響

- 1.以類型 1.而言，減少底火藥量會降低溫度分佈範圍，如圖 11.，但仍具有類似的壓力分佈範圍。因此，若不希望有太高的溫度可以適當的減少底火藥量。
- 2.以類型 2.而言，減少底火藥量則壓力、溫度上升的時間延後，此條件可作為不同燃燒需求的參考。
- 3.以類型 3.而言，減少底火藥量壓力會降低且壓力有提前遞減的趨勢，如圖 12.。在溫度分佈方面，並沒有太大的變化。
- 4.上述可知：減少底火藥餅厚度對燃燒現象會有不同的影響，可作為選擇底火多寡的參考。

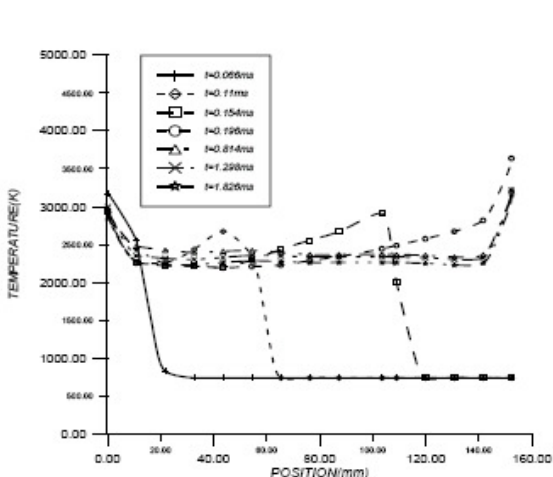


圖 11.傳火管上固定點在類型 1.減少 50%底火藥量時不同時刻溫度分佈曲線

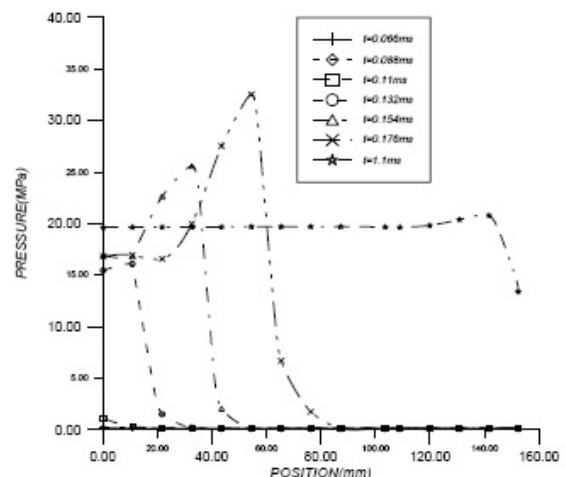


圖 12.傳火管上固定點在類型 3.減少 50%底火藥量時不同時刻壓力分佈曲線

(四) 改變傳火管徑與傳火孔徑比例對燃燒現象之影響

- 1.將傳火管徑與傳火孔徑比例增加至 0.9，在壓力分佈方面已有明顯壓降的趨勢，如圖 13.。在溫度分佈方面，不同時

刻其分佈的範圍較廣，到最後也明顯的降溫，可作為實務上的參考，如圖 14。

2.如將比例調整只增加至 0.7，在壓力、溫度分佈方面，也是降低的情形。

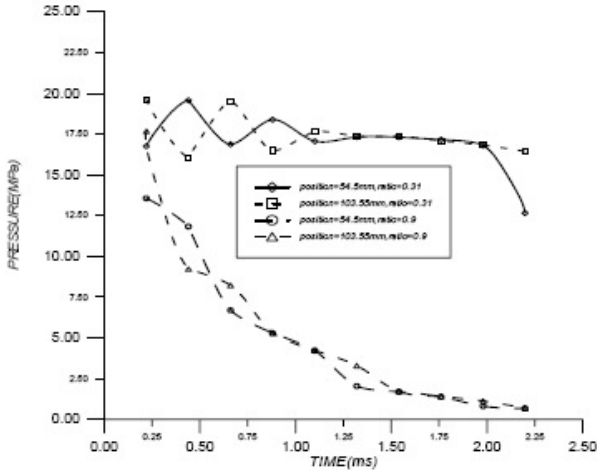


圖 13.傳火管上固定點 54.5mm 及 103.55mm  
在  $\frac{\text{傳火孔徑}}{\text{傳火管徑}} = 0.31、0.9$  時壓力-時間比較曲線

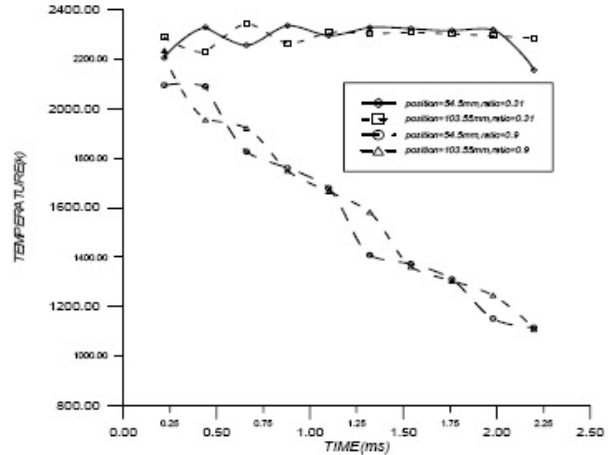


圖 14.傳火管上固定點 54.5mm 及 103.55mm  
在  $\frac{\text{傳火孔徑}}{\text{傳火管徑}} = 0.31、0.9$  時溫度-時間比較曲線

3.例減少至 0.25，在壓力分佈方面，約高出 7.6%~8.2%的壓力，如圖 15，在溫度分佈方面則大致相同。如需要高壓狀況，可考慮此方式但同時要考量傳火孔加工的問題，比例越小加工難度越高。

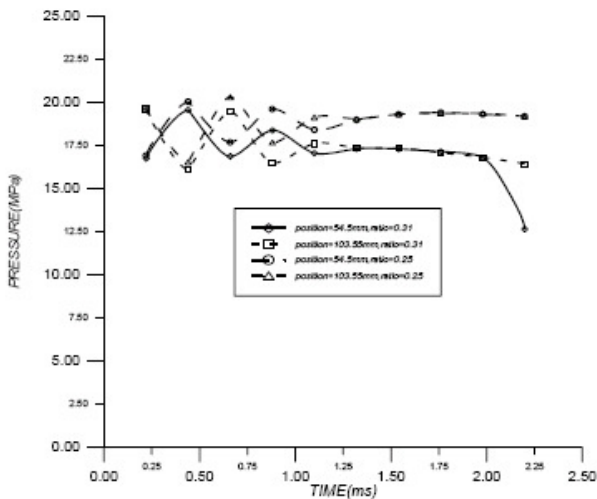


圖 15.傳火管上固定點 54.5mm 及 103.55mm  
在  $\frac{\text{傳火孔徑}}{\text{傳火管徑}} = 0.31、0.25$  時壓力-時間比較曲線

## 五、總結

本文以一維暫態兩相流模式並配合 Lax-Wendroff 兩步差分之數值方法模擬大型火砲砲彈中傳火管燃燒現象。在模擬的過程中發現所需考慮的重要參數甚多，譬如：藥粒半徑、藥粒密度、火藥力、傳火管半徑、藥粒表面燃燒速率等等，因而使整個燃燒複雜化，故需先決定某些參數，來探討其它參數變化對燃燒現象的影響。文中所提到火藥的各項物化性質，是以黑火藥為主，傳火管則為 120mm 迫擊高爆彈之傳火管。

模擬結果顯示可採用下列措施以改善火藥鏈的效能：選取釋放能量較平均的底火藥對燃燒現象有助益、傳火孔徑與傳火管徑比例維持在 0.31 上下能得到較佳的燃燒條件、高空隙率及減少底火藥量除可符合經濟效率的考量並能得到高壓高溫的燃燒條件，因此，使用以上所述的結果並針對不同需求採取不同的條件，可得到最佳的燃燒效應。

另外，在基本控制方程式離散化後，還需要考慮到離散方程式間的相容性，也就是在格點系統上  $\Delta X$ （兩格點間距離）及  $\Delta t$ （時間間隔）兩者必須遵守某一特定的關係式，即限制條件，方可收斂到原方程式組，因此，不同的格點系統將有不同的  $\Delta t$  與其匹配。在文中所提到的（1）通式為擬線性偏微分方程組，在一般的情形下需符合  $\frac{\Delta X}{\Delta t}$  小於 10000 的條件才具有相容性，而不致有發散的情形產生，這是必須考慮到的問題。

## 六、符號說明

$A$	傳火孔截面積
$C_0$	經驗係數
$C_1$	等量換算單位
$C_2$	等量換算單位
$C_3$	等量換算單位
$C_4$	等量換算單位
$C_p$	熱容
$D_x$	氣體與顆粒間的阻力

$e$	氣體的內能
$f$	火藥力
$f_m$	藥粒形狀係數
$g$	重力加速度
$H_c$	氣體與顆粒間的熱傳係數
$H_g$	氣體總能量
$H_p$	藥粒燃燒釋放能
$J_a$	等量單位
$k$	氣體熱傳導係數
$K_p$	火藥熱傳導係數
$\dot{M}_c$	火藥燃燒氣體生成率
$mm$	總格點數
$\dot{M}_o$	傳火管側壁傳火孔氣體質量流率
$\dot{M}_{op}$	傳火管側壁傳火孔固體質量流量
$n_0$	傳火孔數目
$N_p$	火藥顆粒數量密度
$N_u$	努謝爾數 (Nusselt Number) ( $N_u = 0.4 \times Re^{0.7} \times Pr^{\frac{1}{3}}$ )
$p$	氣體壓力
$Pr$	普朗特常數 ( $Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{k}$ )
$R$	氣體常數
$r_0$	傳火孔半徑

$R_b$	藥粒表面的法向燃燒速度
$R_c$	雷諾數 ( $R_c = \frac{2 \cdot \rho \cdot r_p \cdot u}{\mu}$ )
$r_p$	藥粒半徑
$S_p$	藥粒表面積
$T$	氣體溫度
$T_{ig}$	藥粒點燃溫度
$T_{ps}$	藥粒表面溫度
$u$	氣體速度
$V_p$	藥粒體積
$\alpha$	餘容
$\gamma$	比熱比
$\alpha_1$	固體導熱係數 ( $\alpha_1 = \frac{k}{\rho \cdot c_p}$ )
$\mu$	氣體黏滯係數
$\rho$	氣體密度
$\rho_p$	藥粒密度
$\phi$	空隙率，單位容積內自由體積占有 比 (Porosity)
$\eta$	經驗係數

## 七、參考文獻

- [1] Farrar, C. L., Leeming, D. W., "Military Ballistics - A Basic Manual," P50, Brassey's Defence Publishers, (1983).
- [2] Buyevich, Y. A., "Statistical hydromechanics of dis system -1: physical background an general

equations,

"J. Fluid Mech. 49(3), 498-507, (1971).

- [ 3 ] Buyevich, Y. A., "Statistical hydromechanics of disperse system -2: solution of the kinetic equation for suspended particles, " J. Fluid Mech. 52(2), 345-355, (1972).
- [ 4 ] Buyevich, Y. A., "Statistical hydromechanics of disperse system -3: pseudoturbulent structure of homogenous suspensions, " J. Fluid Mech. 56(2), 313-336, (1972).
- [ 5 ] Krier, H. and Rajan, S., "Flame Spreading and Combustion in Packed Beds of Propellant Grain, " AIAA 13th Aerospace Sciences Meeting, Pasadena, Calif., Paper No.74-240, (1975).
- [ 6 ] Kuo, K. K., Koo, J. H., Davis, T. R. and Coates, G. R., "Transient Combustion in Mobile Gas-Permeable Propellants, " Acta Astronautica Vol. 3, pp. 573-591, (1976).
- [ 7 ] Crowe, C. T., Sharma, M. P. and Stock, D. E., "The Particle-Source-In-Cell (PSI-Cell) Model for Gas-Droplet Flows, " J. of Fluids Engineering (1977).
- [ 8 ] 周彥煌、王升晨，" 實用兩相流內彈道學" ，兵器工業出版社，(1990)。