

# 直管型科氏質量流率計之管路模態分析

陳佑誠\*

## 摘要

本文是應用有限元素及田口法分析的方法，來探討直管型科氏質量流率計設計上管路各項重要因素間的關係和影響。文中首先討論各式質量流率計的基礎理論，再針對科氏質量流率計的訊號處理方塊圖，進一步瞭解科氏質量流率計的作動原理。最後以一科氏質量流率計的直管型科氏管進行有限元素分析法分析，再配合田口法整理分析之數據，求得科氏管最佳刺激頻率之材料、尺寸的關係。並藉由此一分析求得科氏管於上下游處，裝置訊號感測器的最佳位置。由本文分析結果獲得直管型柯氏質量流率計設計的重要數據，並奠定未來製作柯氏質量流率計及柯氏質量流率控制器的基礎。

關鍵詞: 質量流率控制器、質流控制器、質量流率計、質流計

## Abstract

In this paper we apply finite element analysis and Taguchi method on designing a straight tube Coriolis mass flowmeter, to obtain the key design criteria. First, we present the basic theories of different type of mass flowmeters. Second, we use a signal processing diagram of Coriolis mass flowmeter to show the basic design concept. Finally, we construct a finite element model of the straight Coriolis tube, to analyze and derive an appropriate Coriolis tube excitation frequency, and its relationship with material and size of the tube using Taguchi method. Furthermore, we also derive the sensor location from the above analysis. Base on this study, we acquire important data on

how to design a straight tube Coriolis mass flowmeter, it provides us with a solid foundation on building a straight tube Coriolis mass flowmeter and Coriolis mass flow controller.

**Key words:** mass flow controller, MFC, mass flowmeter, MFM

## 目次

- |                  |
|------------------|
| 一、 前言            |
| 二、 理論說明          |
| 三、 科氏式質量流率計之設計原理 |
| 四、 管路模態分析        |
| 五、 結果與討論         |
| 六、 參考文獻          |

### 一、 前言

在半導體及化學工業設備中，需要使用各種不同的氣、液流體。而在流體的供應過程中，流量的控制是整個設備製程中非常重要的一環。因此正確的流量控制將直接影響製程的良率，也關係者整座工廠的獲利狀況。以半導體廠而言，目前半導體廠中所使用的質量流率控制器(Mass Flow Controller)或質量流率計(Mass Flow Meter)，均以熱質式(Thermo Type)為主。而根據 ARC(ARC Advisory Group, Inc.) 出版的”柯氏(Coriolis Type)質量流率計全球展望”，至 2003 年的市場分析及預測，估計在未來幾年內，柯氏質量流率計市場將呈現 2 位數成長，並將取代大部分傳統質量流率計的市場佔有率。大量地應用於製藥、油品及氣體等工業上。[1]

柯氏質量流率控制器的未來展望所以會如此樂觀，最主要原因要是具備了以下的優點：(1)可供後端電腦控制的數位信號輸出入。(2)高的解析度及精確度。(3)低的洩漏度。(4)沒有熱質式的熱傳時間之延遲問題，其暫態響應良好。(5)可量取液體、氣體及黏稠體等流體。(6)

為非侵入性檢測。(7)低的安裝費用。(8)動態控制容易。(9)使用簡單容易。(10)系統重新起動簡單。

實際商品化的應用上，柯氏質量流率控制器可應用於熱且黏稠之流體，例如：熔化硫、瀝青、油漆、樹脂和乳脂糖等。在低溫下之流體亦可應用，例如：液態氮、二氧化碳、氫、氧氣和液化丙烷氣等。就質量的流率而言，從高達 3000(kg/hr) 到 15(kg/hr) 的質量流率均有實際商品化的產品；甚至在矽結構的微流量測中，亦有柯氏質量流率計的相關研究[2]。

科氏質量流率計設計上有幾項重點，依不同的設計選擇可區分為以下幾項：

(1)產生管路振動的刺激方法分為：聲學法(Acoustic)、電磁體法(Electromagnetic)、靜電法(Electrostatic)、壓電法(Piezoelectric)等。

(2)共振頻率：刺激的共振頻率常使用的範圍在 80~200(Hz)之間，常用的有 80、100、150、160(Hz)等選擇。

(3)訊號感測檢出常使用的方法分為：電容法(Capacitive)；壓阻法(Piezoresistive)，使用應變規(strain gauge)；光學法(Optical)利用光干涉計原理；磁性體法(Magnetic)，此法應用上有不同的設計如霍爾效應(Hall effect)、渦電流(eddy current)、可變磁阻(Variable reluctance)、磁力阻(Magneto resistive)等。

(4)管路的材料：常用的管路材料在鐵金屬方面常使用沃斯田鐵系(Austenitic)、麻田散鐵系(Martensitic)兩種；非鐵金屬方面則有高鎳合金、鈦或鋳和它們的合金、鈦-鈹-鋁合金、鋳合金等；非金屬方面使用的有矽、藍寶石(Sapphire)、矽碳化物、矽玻璃、塑膠(Plastics)等[3]。

一般而言，316L 不銹鋼具抗化學腐蝕能力，在一般壓力下不易破裂、材料不污染、易成形等優點，所以 316L 不銹鋼常被用在各種科氏質量流率計的管路上。雖然如此 316L 不銹鋼也並非能適用於所有應用場合；在特殊情況下，多晶材料受應力將會產生不潔物質，從結晶的邊界擴散而造成污染，此時就需使用單晶材料如矽、藍寶石等。另外為加強管路的特殊性質，可利用離子植入、熱擴散、化學或電化學反應等方法，於管路表面塗上一層材料，例如：矽玻璃、鎳、鉻、鑽石、耐火碳化物、耐火氮化物合金、耐火氧化物合金等[3]。

## 二、理論說明

目前量取質量流率的方法有四種分別是：氣體狀態方程式法、熱力學第一定律法、流體力學的應用法、科氏力的應用法等。以下針對科氏力的應用法作理論的說明：

在一般的動力學或流體力學中得知，當質點  $P$  在空間有一速度，若其座標同時依一角速度  $\Omega$  旋轉，則會衍生出一種加速度，稱之科氏加速度  $\mathbf{a}_c$  (Coriolis Acceleration)，在多質點動力學中可查得(1、2)式[4]。式中所關心的是科氏加速度項如(3)式(暫不考其他項)，若配合(4)式的牛頓運動定律最後可得柯氏力如(5)式，(5)式若以純量表示每單位長的科氏力，則可將(5)式簡化成(6、7)式。

$$\mathbf{a}_P = \mathbf{a}_{P'} + \mathbf{a}_{P/S} + \mathbf{a}_C \quad (1)$$

$$\mathbf{a}_P = \dot{\Omega} \times \mathbf{r} + \Omega \times (\Omega \times \mathbf{r}) + 2\Omega \times (\dot{\mathbf{r}})_{Oxyz} + (\ddot{\mathbf{r}})_{Oxyz} \quad (2)$$

$$\mathbf{a}_C = 2\Omega \times (\dot{\mathbf{r}})_{Oxyz} \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (4)$$

由(7)、(8)式得科氏力

$$\mathbf{F}_c = 2m\Omega \times (\dot{\mathbf{r}})_{Oxyz} \quad (5)$$

以純量表示每單位長的科氏力

$$\Delta F_c = 2m\omega \frac{\Delta L}{t} \sin\theta = 2\dot{m}\omega \Delta L \sin\theta$$

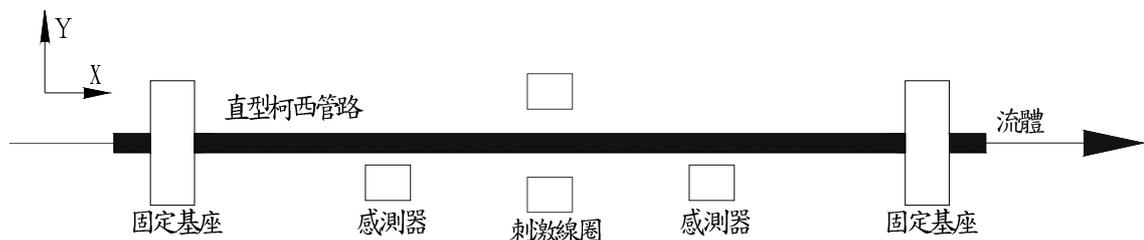
$$\Delta F_c = 4\pi f \dot{m} \Delta L \sin\theta \quad (6)$$

$$\dot{m} = \frac{\Delta F_c}{4\pi f \Delta L \sin\theta} \quad (7)$$

$\mathbf{a}_P$ :質點  $P$  的絕對加速度、 $\mathbf{a}_{P'}$ :為在移動的座標系  $S$  中與  $P$  重合的點  $P'$  的加速度、 $\mathbf{a}_{P/S}$ :質點  $P$  相對於移動的座標  $S$  系的加速度、 $\mathbf{a}_c$ :科氏加速度、 $\Omega$ :為基準座標  $Oxyz$  在同時刻對固定座標  $OXYZ$  的角速度、 $\mathbf{r}$ :為  $P$  點的位置向量、 $\omega$ :角速度、 $m$ :質量、 $\dot{m}$ :質量流率、 $\mathbf{F}$ :力、 $\mathbf{F}_c$ :科氏力、 $L$ :長度、 $t$ :時間、 $\theta$ :夾角、 $f$ :頻率。

由(5)式中可看出空間中旋轉座標上的移動質點，會有柯氏力的產生，其科氏力的大小與質量乘以角速度和質點速度的叉積成正比；(6、7)式為每單位長科氏力大小與質量流率間的關係，式中若管路為直型管路如圖一，則 $\sin\theta$ 的大小為 1；同時由(6)式可看出科氏力施於管路為一均布負荷。

接下來可設計一條管路並通以質流，藉由科氏力的作用量取管路之變形位移，再由管路變形位移來對應流體之質量流率。



圖一、直管型柯氏質量流率計的硬體結構

### 三、科氏式質量流率計之設計原理

#### 3.1 柯氏式質量流率計之管路硬體：

以下針對柯氏質量流率計的硬體結構做一介紹，在質量流率計的硬體結構中主要可區分為四部份：固定基座、流體管路、刺激線圈、感測器等四個部分，直管型柯氏質量流率計的硬體結構如圖一所示，其各部的功能簡述如下：

3.1.1 固定基座：固定基座是整個質量流率計的基礎部份，質量流率計上的各零件如流體管路、刺激線圈、感測器均固定在此基座上。

3.1.2 流體管路：為流體流經質量流率計的主要通道，流體管路的材質選擇應考慮密度、卜松比、彈性模數和疲勞老化的問題，常用的材料有不銹鋼，鈦合金，鋁合金等。在不同的型狀設計中，常用的可分為直管型、U 管型、B 管型、 $\Delta$  管型、S 管型及  $\Omega$  管型等不同之型狀[5-9]。

3.1.3 刺激線圈：置於流體管路的對稱中心處，其目的是藉由上下兩線圈交互激磁，使

流體管路的中心位置受磁吸力，產生固定頻率之震動。此流體管路產生上下擺動的現象；可視為以流體管路的兩側支點(固定基座)為中心作往復之簡諧運動。

3.1.4 感測器：感測器為質量流率計擷取訊號的重要零件，在質量流率計中設有兩組感測器，分別設置在質量流率計的上游及下游的兩個最佳位置處，用以感測管路兩處的震動位移，並以電壓的形式輸出。

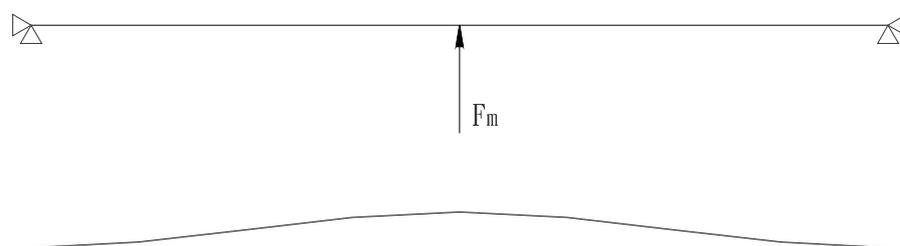
### 3.2 直型管路之受力位移情形：

流體管路受上下兩線圈交互磁吸而產生往復之簡諧運動，其中當此管路之簡諧運動回到成為直線的瞬間，此時角速度最大、角加速度為零；此取樣時間點可忽略(2)式中切線加速度之切線力的影響。因此以下本文所指之受力位移情形，皆為取樣時間點在 $t = n\pi$ 時之情形，即為管路回到直線的瞬間之受力位移情形。

當直型管路受上下兩方向刺激線圈磁吸及 $t = n\pi$ 瞬間，且有流體流經管路時；此時管路在感測器的方向將受兩種力量的作用分別是：刺激線圈產生的磁吸力及質量流率產生的科氏力。

#### 3.2.1 刺激線圈產生的磁吸力 $F_m$

當上方刺激線圈作用的瞬間(此為管路回到成直線的瞬間， $t = 2n\pi$ )，管路中點會因磁吸力的作用而向上位移，因刺激線圈置於流體管路的對稱中心處，所以管路的變形位移情形亦是左右對稱的。管路受磁吸力作用下的靜不定固定梁及其變形位移量如圖二。

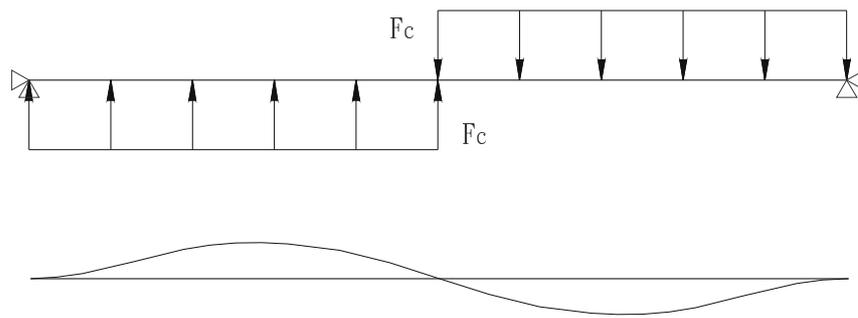


圖二、受上方線圈磁吸之管路及其位移量(當 $t = 2n\pi$ )

#### 3.2.2 質量流率產生的科氏力 $F_c$

由圖二中可看出管路受刺激後的位移情形，當 $t = 2n\pi$ 此位移可視為以管路兩端支點為中

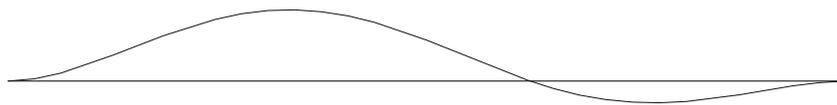
心作角速度旋轉，且兩側角速度的方向相反。於(5)式質量流率與柯氏力的關係中，因管路兩側之角速度方向相反，配合右手定則(Right Hand Rule)可得兩側的科氏力的方向相反。以(6)式得知科氏力是每單位長的均布負荷，若暫不考慮科氏力的實際大小，可得科氏力作用下的靜不定固定梁及其變形位移量如圖三。



圖三、受科氏力之管路及其位移量(當  $t = 2n\pi$ )

### 3.2.3 磁吸力加科氏力

由重疊原理可得管路之磁吸力與科氏力合併的位移情形如下圖四。



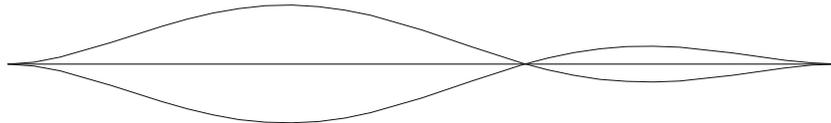
圖四、磁吸力與科氏力合併之位移量(當  $t = 2n\pi$ )

### 3.2.4 受(上、下)往復刺激力及科氏力之位移

於下一時間點，由下方刺激線圈作用時  $t = (2n-1)\pi$  又會產生相反的位移量，在此二組刺激線圈的交互磁吸作用下，使柯氏管因而產生往復的振動位移，下圖五為  $t = 2n\pi$  及  $t = (2n-1)\pi$  之取樣時間(亦即是  $t = n\pi$ )之管路位移。由式(6)中所示在科氏力作用下質量流率愈大相差(Phase Difference)偏移量愈大，藉由科氏力作用所產生的相差大小，可對應出質量流率的大

小。

所以在柯氏管左右對稱的適當位置處，裝置感測器量取位移訊號加以比較，則可將管路受中央線圈磁吸力產生之位移訊號剔除(線圈磁吸力之管路位移為左右對稱)，單純只留下管路因科氏力而產生之位移訊號。

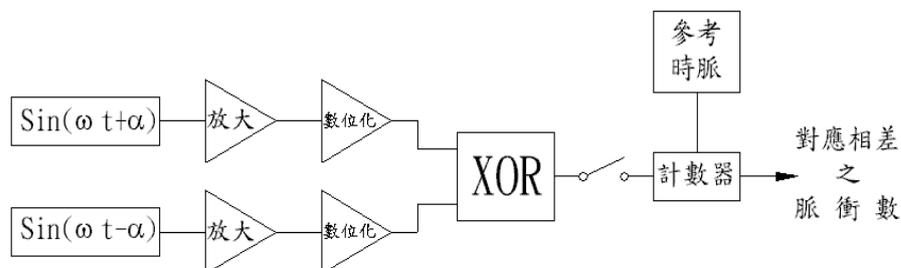


圖五 當  $t = n\pi$  之管路位移

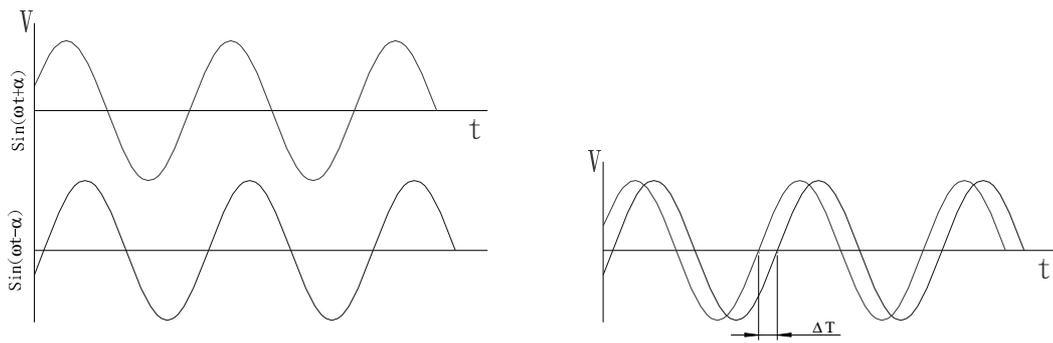
### 3.3 訊號處理：

於柯氏質量流率計管路上下游處，裝置二個位移感測器如圖二，這兩個感測器擷取之訊號為一正弦訊號，並且隨著質量流率的大小具有不同的相差如圖七，將正弦訊號導入線路中如圖六；訊號經放大處理後作直流數位化處理，直流數位化處理後的訊號如圖八所示(數位化之比較時間點為  $t = n\pi$ )。

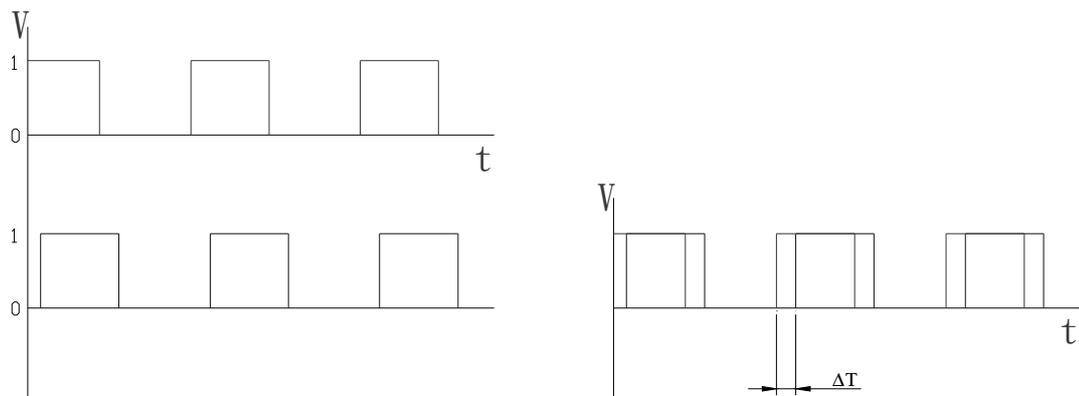
將此二股訊號作 XOR 運算，可得此二股訊號之相差  $\Delta t$  (Phase Difference)如圖九。該相差  $\Delta t$  的大小與柯氏力之大小及質量流率之大小成比例關係。最後須將此相差  $\Delta t$  之訊號給予量化，其方法是利用相差  $\Delta t$  之訊號作為計數器之開關，計數一個固定頻率的參考時脈如圖六，此方法能簡單地將相差  $\Delta t$  訊號給予量化如圖十，並將結果以數位的方式輸出到控制器中[10]。



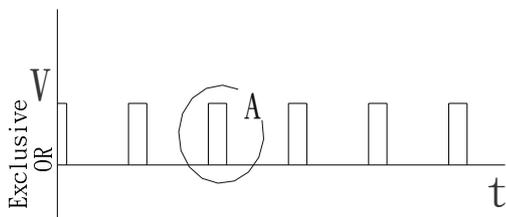
圖六、訊號處理方塊圖



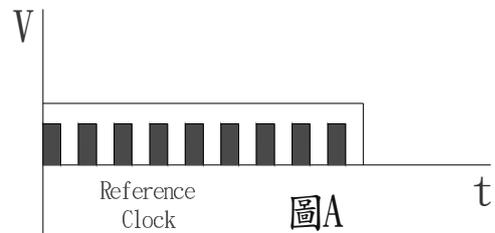
圖七、位移感測器擷取之訊號



圖八、直流數位化的訊號



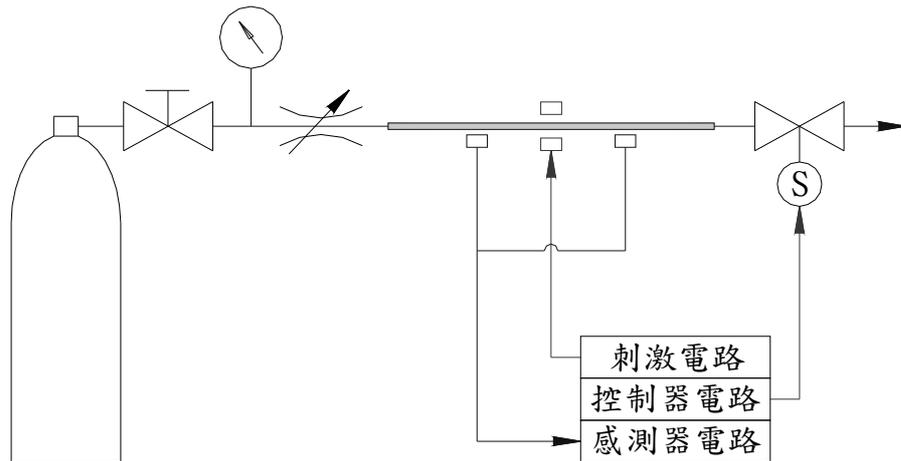
圖九、相差  $\Delta t$



圖十、相差  $\Delta t$  之量化

#### 2.4 質量流率控制器之設備架構：

直管型科氏質量流率控制器之設備架構如圖十一，除上述柯氏質量流率計之管路硬體、刺激線圈、感測器和電路外，質量流率控制器的驗證設備，尚需流體源、開關、伺伏閥門、穩壓穩流裝置、以及控制器等設備。



圖十一、質量流率控制器之設備架構

## 四、管路模態分析

### 4.1 常用管路材料性質的模態分析

在上述文獻中談到，科氏管路的材料有許多種選擇，以下列出幾種常用的材料及其性質如表一，表中塑膠材料的性質差異較大，因此在材料性質分析比較中先不予考慮。分析的工具是利用有限元素分析法來求得科氏管路的自然頻率，再配合田口法來觀察各數據的相互關係；田口法的設計是採用望小特性參數，來觀察各因素水準間對獲得較小的自然頻率之影響，因為刺激頻率與較小的自然頻率共振時，可得到較大的相差訊號如圖七、八；而較大的相差訊號對於未來的訊號處理比較有利。

在材料性質分析比較中是利用田口法的 L8(27)直交表，其材料分析所需的因素及水準如表二；表中管路材料性質是由表一轉載而得，管路尺寸則是任選一尺寸範圍設定為內徑 5、10(mm)，管厚 1、2(mm)，管長 400、700(mm)，流體材料是以水的密度為參考值任選一範圍為 900、1100(Kg/m<sup>3</sup>)。經由有限元素分析法求得表三之田口法 L8(27)直交表的左側中各因素水準之管路第一個模態及第二個模態的自然頻率，並計算出該模態自然頻率的 SN 比如表三右側；藉由田口法可將表三右側的 SN 比，繪製成輔助表四、五，最後繪成輔助圖如圖十二。

由輔助表及輔助圖可獲得幾項結論：在上述因素水準下，管路的長度對管路的自然頻率

影響最大，其次是管路內徑及管路密度；而管路的卜松比及流體的密度等，對管路自然頻率而言影響是相對很小的。管路愈長、內徑愈小、管路密度愈高等都能夠降低自然頻率。

但整體而言，圖十二上方為管路之第一個模態比下方為管路之第二個模態的自然頻率低；故設計時使用第一個模態的自然頻率會是最佳的選擇。

表一、常用管路材料性質

類	材料	密度 (Kg/m <sup>3</sup> )	彈性模數 (GPa)	卜松比
鐵金屬	316L	7950	200	0.25
非鐵金屬	Ti 合金	2700	110	0.33
非金屬	Si	2329	112.4	0.28
塑膠	鐵氟龍	2170	0.61	0.46

表二、田口法 L8(27)之材料分析因素水準

材料 種類		因素	第一水準	第二水準
管路	材料性質	管密度	2329	7950
		卜松比	0.25	0.33
		彈性模數	110	200
	尺寸	內徑	5	10
		管厚	1	2
		管長	400	700
流體	材料	流體密度	900	1100

表三、田口法 L8(27)直交表

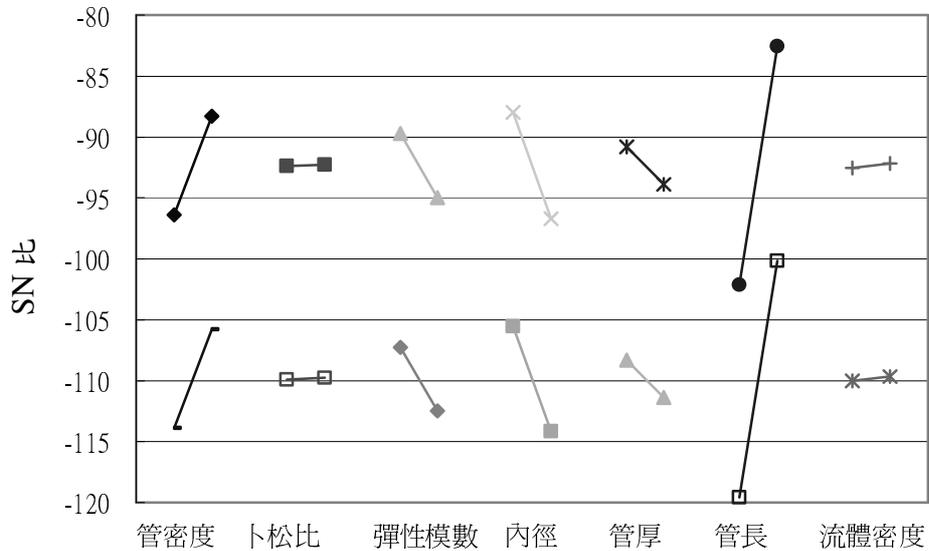
	管密度	卜松比	彈性 模數	內徑	管厚	管長	流體 密度	第一 模態	SN 比	第二 模態	SN 比
1	1	1	1	1	1	1	1	280.0	-24.5	768.6	-28.9
2	1	1	1	2	2	2	2	175.4	-22.4	480.8	-26.8
3	1	2	2	1	1	2	2	119.3	-20.8	328.3	-25.2
4	1	2	2	2	2	1	1	742.2	-28.7	2012.7	-33.0
5	2	1	2	1	2	1	2	278.2	-24.4	762.6	-28.8
6	2	1	2	2	1	2	1	127.3	-21.0	349.3	-25.4
7	2	2	1	1	2	2	1	67.9	-18.3	186.9	-22.7
8	2	2	1	2	1	1	2	282.2	-24.5	767.0	-28.8
成份	a	b	ab	c	ac	bc	abc		-185		-220

表四、材料分析第一模態 SN 比之輔助表

水準	管路 密度	卜松比	彈性 模數	內徑	管厚	管長	流體 密度
第一 水準	-96.4	-92.4	-89.7	-88.0	-90.8	-102.1	-92.5
第二 水準	-88.3	-92.3	-95.0	-96.7	-93.9	-82.6	-92.2

表五、材料分析第二模態 SN 比之輔助表

水準	管密 度	卜松 比	彈性 模數	內徑	管厚	管長	流體 密度
第一 水準	-113.9	-109.9	-107.2	-105.6	-108.3	-119.6	-110.0
第二 水準	-105.8	-109.8	-112.5	-114.1	-111.4	-100.1	-109.7



圖十二、田口法之材料分析輔助圖

#### 4.2 不銹鋼管路材料性質的模態分析

上節分析中可瞭解各因素水準值的增減對管路自然頻率的關係，本節中則選擇其中一項常用的材料不銹鋼作為分析的對象；以下利田口法的 L9(3<sup>4</sup>)直交表，將其材料分析所需的因

素及水準如表六，同樣經由有限元素分析法求得表七之田口法 L9(34)直交表的左側中各因素水準下管路第一個模態及第二個模態的自然頻率，並計算出該模態自然頻率的 SN 比如表七右側；藉由田口法可將表七右側的 SN 比，繪製成輔助表八、九，接下來由輔助表可繪製成輔助圖如圖十三。

同樣地由輔助表及輔助圖可獲得幾項結論：在此因素水準下管路長度及內徑對自然頻率的影響最大，流體密度的影響最小。另外由輔助圖中管路長度的曲率關係，可看出隨著管長的增加，其對自然頻率值降低的影響會有減緩的趨勢；同理隨著管路內徑的降低，其對自然頻率值降低的影響會有增強的趨勢。

表六、田口法 L9(34)之不銹鋼分析因素水準表

材料 種類		因素	第一水準	第二水準	第三水準
管路	尺寸	內徑	5	7.5	10
		管厚	0.8	1	1.2
		管長	400	500	600
流體	材料	流體密度	0	500	1000

表七、田口法 L9(34)直交表

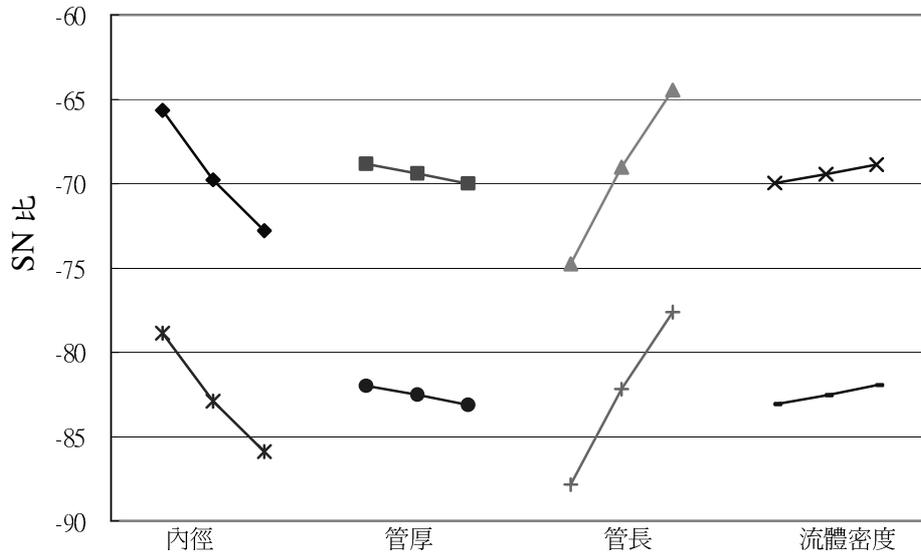
	內徑	管厚	管長	流體密度	第一模態	SN 比	第二模態	SN 比
1	1	1	1	1	232.4	-23.7	638.2	-28.0
2	1	2	2	2	149.9	-21.8	412.0	-26.1
3	1	3	3	3	106.1	-20.3	291.9	-24.7
4	2	1	2	3	188.4	-22.7	516.6	-27.1
5	2	2	3	1	150.8	-21.8	414.1	-26.2
6	2	3	1	2	333.6	-25.2	911.6	-29.6
7	3	1	3	2	175.0	-22.4	479.3	-26.8
8	3	2	1	3	384.5	-25.8	1045.3	-30.2
9	3	3	2	1	283.6	-24.5	774.5	-28.9
成份	a	b	ab	a2b		-208		-248

表八、不銹鋼分析第一模態 SN 比之輔助表

水準	內徑	管厚	管長	流體密度
第一水準	-65.7	-68.8	-74.7	-70.0
第二水準	-69.8	-69.4	-69.0	-69.4
第三水準	-72.8	-70.0	-64.5	-68.9

表九、不銹鋼分析第一模態 SN 比之輔助表

水準	內徑	管厚	管長	流體密度
第一水準	-78.9	-82.0	-87.8	-83.1
第二水準	-82.9	-82.5	-82.2	-82.6
第三水準	-85.9	-83.1	-77.6	-82.0



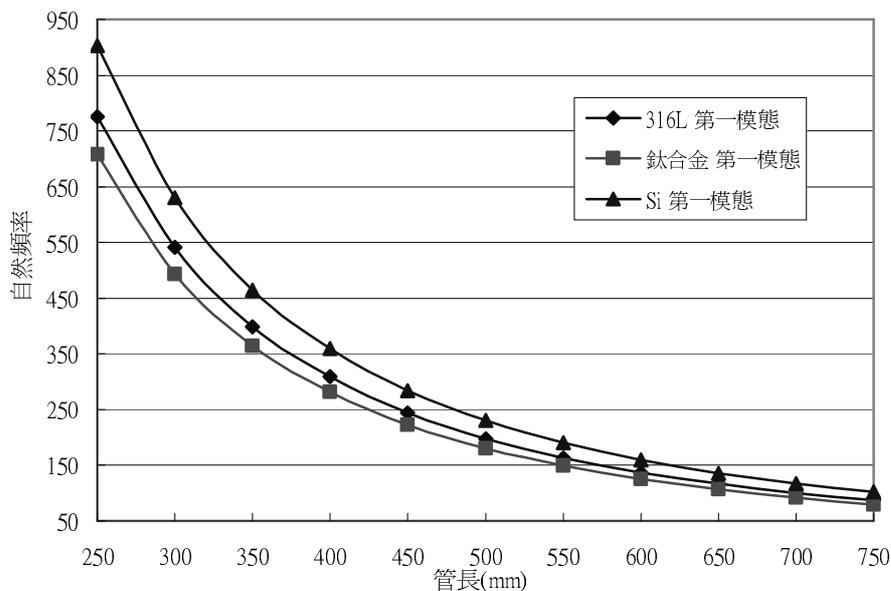
圖十三、田口法之不銹鋼分析輔助圖

#### 4.3 不銹鋼管路材料之自然頻率-管長之關係

由前面二小節的結果中，管路的長度是影響科氏管路模態的重要因素，為了更進一步瞭解管長對自然頻率的曲率關係，以下針對三種不同材料之自然頻率作分析比較，分析中所預設之各項數據是：管路內徑為 7.5(mm)、管路管厚為 1(mm)、流體設為水的密度 1000(Kg/m<sup>3</sup>)；所得分析結果如圖十四。

在圖十四中自然頻率對管長之曲線關係，可印證圖十三田口法之輔助圖，亦即隨著管長

的增加，其對自然頻率值降低的影響會有減緩的趨勢。圖中各種材料的自然頻率對管長之曲率大致相同，雖然不銹鋼具有較高的密度可降低自然頻率，但鈦合金同時具有高的卜松比及低的彈性模數，因此造成鈦合金曲線在不銹鋼曲線的下方。綜合而言，在上述預設的數據中最佳管路長度的範圍在 450~550(mm)之間，管路過長對自然頻率的降低是有限的。



圖十四、自然頻率-管長之關係

#### 4.5 感測器的位置

感測器放置的位置必須在上游和下游對稱的位置上，並希望二感測器位置所量取相對位移差(上游位移量減下游位移量)能為最大值，亦最大相對位移差 $\Delta\delta_{\max}=|\delta_u-\delta_d|$ 。也就是說，在管路相對應的某個位置上有一個放置感應器的最佳位置。今只考慮感測器擷取訊號的方向，其受力位移的情形如下：

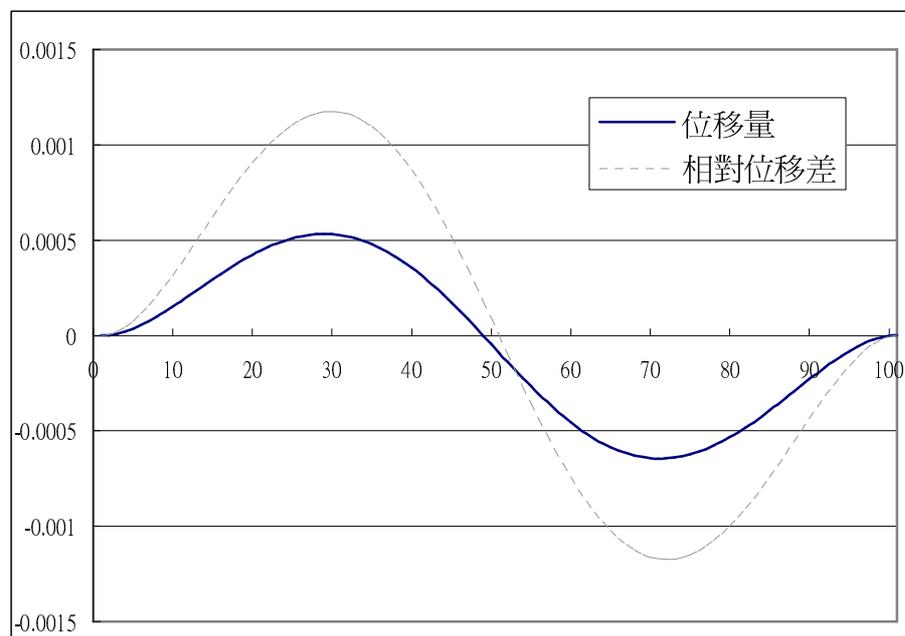
(a)、刺激線圈產生的刺激力如圖二：刺激的電磁力作用在管路的中點，因此產生的位移變形亦是左右對稱。由重疊原理可知，相對位移差( $\Delta\delta$ )的大小與位移變形為左右對稱的電磁刺激力無關(註:切線加速產生的切線力亦是左右對稱的)。

(b)、質量流率產生的柯氏力如圖三：由(6,7)式得知，其大小與質量流率成正比關係；且於管路中點位置的兩側，柯氏力作用的方向相反。ANSYS 分析時，將管路的總長度分割成 100 小段，共計 101 個節點；作用在每節點上的科氏力大小，可由(10)式求得。

以下分析中選用：鐵佛龍材料其管長為 400(mm)、刺激頻率使用 122(Hz)、質量流率設為 0.08(Kg/Sec)，並具有 3(N)的電磁力。最後由 ANSYS 分析的結果如圖十五所示的位移量曲線；在管長總計 101 個節點中，第 30 個節點與對稱位置的是第 72 個節點，此兩點的相對位移差 $\Delta\delta_{MAX} = |\delta_u - \delta_d|$ 為最大值。所以可求得兩個感測器的位置，應在第 30 個節點及第 72 個節點上，也就是距離兩端 0.29 倍管長的位置處，可得最大相對位移差。

圖十六中之位移量曲線是同時具有科氏力及電磁力兩作用力的位移，可看出其位移量曲線具向左偏移的情形。但經計算兩個感測器所量測兩點的相對位移差 $\Delta\delta = \delta_u - \delta_d$ 後，其相對位移差曲線會左右對稱，且在對稱中心的第 51 節點上其相對位移差為零(如圖十五所示的相對位移差曲線)。

由此證明在管路的上下游對稱位置處裝置兩個感測器，其量測計算後的相對位移差曲線與位移變形為左右對稱的電磁刺激力無關，而單純只留下質量流率產生之科氏力的影響，此科氏力的影響就是相對位移差。



圖十五、管路受力位移及相對位移差

## 五、結果與討論

圖十二中可看出不同因素之水準的增減對自然頻率的關係；圖十三中可進一步看出各因素之水準的增減對自然頻率的曲率關係；圖十四則明白表示材料自然頻率對管長的關係。由以上三圖中可實際瞭解管路之長度、內徑、密度、管厚、彈性模數、卜松比及流體密度間的改變量，對自然頻率的影響，以及影響的程度。

圖十六中的分析可瞭解，感測器具有最佳的位置，並藉由二只感測器及重疊原理，可忽略所有具左右對稱的作用力，只擷取科氏力所產生的位移。

管路受刺激而產生往復簡諧運動時，感測訊號的取樣時間點是容易且可操作的；當取樣時間在 $t = n\pi$  (管路回到直線的瞬間) 此時管路往復簡諧運動的角速度最大、角加速度為零；於此時間點擷取訊號可提高科氏力的影響，並可忽略切線加速度之切線力的影響。

本文以一科氏質量流率計之直管型科氏管路進行有限元素分析法分析，並配合田口法整理分析之數據，求得科氏管最佳刺激頻率之材料、尺寸的關係；以及科氏管於上下游處，裝置訊號感測器的最佳位置。由上述結果與討論可知，科氏質量流率計的管路設計過程中；當考慮流體的密度、質量流率的範圍時，管路的內徑已被固定；當流體的種類、壓力為已知時，則管路的材料及管厚有所限制；因此透過管路材料及管厚的選擇雖然可以調整管路的自然頻率，但是利用管路長度來設計自然頻率仍是較佳的選擇。

## 七、參考文獻

[1]林耀明譯，2000，「工業氣體感測器與 Coriolis 流量計市場分析」，量測資訊，第 71 期，第 75 頁。

[2]Peter Enoksson, et al., "A SILICON RESONANT SENSOR STRUCTURE FOR CORIOLIS MASS-FLOW MEASUREMENTS", Journal of Microelectromechanical Systems, VOL. 6, NO. 2, June 1997.

[3]Michael, J., et al., "CORIOLIS MASS FLOW CONTROLLER", International Publication

Number: WO 01/36918, 2001.

[4]Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston Jr., “VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS”, Second Edition, McGraw-Hill Book Company, Singapore, pp. 744-768, 1990.

[5]Donald R. Cage, “PARALLEL PATH CORIOLIS MASS FLOW METER”, United States Patent Number: US 4 768 385, 1988.

[6]Mattar, Wade M., “METHOD AND APPARATUS FOR CORRECTING FOR PERFORMANCE DEGRADING FACTORS IN CORIOLISTYPE MASS FLOWMETER”, European Patent Number: EP 0 816 807, 1998.

[7]Donald R. Cage, et al., “STABILITY CORIOLIS MASS FLOW METER”, United States Patent Number: US 5 301 557, 1994.

[8]Michael E. Corwon, et al., “OMEGA-SHAPED, CORIOLIS-TYPE MASS FLOW RATE METER”, United States Patent Number: US 4 852 410, 1989.

[9]Hyok S. Lew, “S-TUBE CORIOLIS FORCE FLOW METRE”, United States Patent Number: US 4 628 744, 1986.

[10]Yoshimura, et al., “CORIOLIS TYPE MASS FLOW METER”, United States Patent Number: US 5 488 870, 1996.

[11]Erik B. Dahlin, “ACOUSTIC WAVE SUPPRESSOR FOR CORIOLIS FLOW METRE”, United States Patent Number: US 4 831 885, 1989.

[12]Martin Kane, “SYMMETRICAL MASS FLOW METER”, United States Patent Number: US 4 716 771, 1988.

[13]Andrew K. Levien, “SENSOR APPARATUS FOR MASS FLOW RATE MEASUREMENT SYSTEM”, United States Patent Number: US 4 756 198, 1988.

[14]Hung N. Chi, “MASS FLOWMETER”, United States Patent Number: US 5 129 263, 1992.

[15]Donald R. Cage, et al., “SIGNAL PROCESSING AND FIELD PROVING METHODS AND CIRCUITS FOR A CORIOLIS MASS FLOW METER”, United States Patent Number: US 5 907 104, 1999.