

應用三維時域有限差分法分析不同導體厚度對微帶線饋入矩形微帶天線特性的影響

翁偉中*

摘要

本文應用三維時域有限差分法（3D Finite Difference Time Domain）分析具有不同導體厚度時之微帶線饋入矩形微帶天線之特性。模擬結果可作為應用FDTD於微帶電路分析時及實作上之參考。

目次

- 一、前言
- 二、FDTD理論
- 三、微帶天線分析
- 四、結論
- 五、參考文獻

關鍵字：時域有限差分法，微帶天線，導體厚度，吸收邊界條件

Key words: Finite Difference Time Domain, FDTD, Patch antenna, Metal thickness, Absorbing Boundary Condition

一、前言

時域有限差分法（Finite Difference Time Domain Method；FDTD），最初由K.S.Yee於1966年提出[1]。將Maxwell旋度方程式之空間及時間離散化後，轉化為差分格式，直接在時域（time domain）、空間域（spatial domain）中進行求解，在一次時域計算下，經由傅利葉轉換（Fourier Transfer），即可提供寬頻的頻域響應資料。對複雜結構的電磁問題具有很強的模擬能力。因

翁偉中* 高雄高工資訊科教師／國立成功大學電機工程學系博士班進修中

此，廣泛地運用在天線設計、微波電路、電磁散射、電磁相容、、、等問題。

當運用FDTD模擬微帶電路 (microstrip circuit) 時，傳統做法上，為計算方便起見，將微帶導體部分令其厚度為零。然而，實際狀況為微帶導體確有其厚度。

在本文中，應用FDTD模擬微帶線饋入矩形微帶天線 (microstrip-fed rectangular patch antenna) 為例，分別設定當微帶線及微帶天線具有不同的導體厚度時，計算微帶天線之 $S_{11}(\omega)$ 及 $Z_{in}(\omega)$ 。計算結果可明顯看出，當導體厚度不同時， $S_{11}(\omega)$ 及 $Z_{in}(\omega)$ 會有少許差異。因此，若忽略導體的厚度時，將造成計算上的誤差。詳細的計算方法及結果在本文各章節中說明。

二、FDTD理論

假設微帶天線基版(substrate)為線性、均勻(homogeneous)、等向性(isotropic)、無耗損(lossless)的簡單介質(simple medium)。則Maxwell's旋度方程式可寫成：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \left(\sum_{m=1}^p \frac{\delta m}{\pi} \right) \mathbf{H} \quad (1)$$

$$\sum_{m=1}^p \frac{2V_s}{n\pi} [\sin n(\alpha_m + \delta_m) - \sin n\alpha_m] \quad (2)$$

在直角座標系統中，對於(1)及(2)兩式，將其E及H可分解成六個純量方程式，並將此六個純量方程式採用中央差分(central difference)將時間及空間離散化，E及H在時間上及空間上分別相差半個時間增量及半個空間增量。因此，離散後的六個純量式為：

$$^a \sum_{m=1}^p \frac{2V_s}{n\pi} [\cos n\alpha_m - \cos n(\alpha_m + \delta_m)] \quad (3-a)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{u(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2})} \left[\frac{E_x^n(i+1, j, k+\frac{1}{2}) - E_x^n(i, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta x} + \frac{E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k) - E_x^n(i+\frac{1}{2}, j, k+1)}{\Delta z} \right] \quad (3-b)$$

$$\frac{fc}{fo} = 6q + 3 \quad (3-c)$$

$$E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k) = E_x^{n-1}(i+\frac{1}{2},j,k) + \frac{\Delta t}{\varepsilon(i+\frac{1}{2},j,k)} \left[\frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (3-d)$$

$$\phi = \frac{Va}{K m \omega} = \frac{bVs}{K m \omega} \quad (3-e)$$

$$Tm = \frac{3}{2\omega b(Xs + Xr)} \left(\frac{Va}{\beta}\right)^2 \quad (3-f)$$

在此， Δx 、 Δy 、 Δz 分別為x、y、z方向上的空間增量， Δt 為時間增量。為了避免嚴重的數值色散而影響計算結果，一般而言，空間增量要求至少滿足 $\Delta \leq \frac{\lambda_{min}}{10}$ [2]。其中 λ_{min} 為計算空間中電磁波之最小波長。為了避免計算時所造成發散現象，時間增量 Δt 需滿足穩定條件。對於三維空間而言，穩定條件為：[3]

$$\Delta t \leq \frac{1}{V_{max} \times \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}}$$

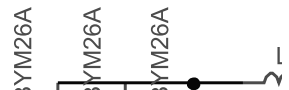
其中， V_{max} 為電磁波在計算空間中的最大相速(phase velocity)。

三、微帶天線分析

圖一為本文所模擬的微帶線饋入矩形微帶天線之幾何結構圖。微帶線及微帶天線導體的厚度 t 從厚度為零到 $3\Delta z$ 的厚度，每增加 Δz 的厚度時，分別加以計算。整個計算空間為 $60\Delta x \times 100\Delta y \times 60\Delta z$ ， $\Delta x=0.389\text{mm}$ ， $\Delta y=0.389\text{mm}$ ， $\Delta z=0.07158\text{mm}$ ， $W_p=12.448\text{mm}$ ， $L_p=15.56\text{mm}$ ， $W_m=2.334\text{mm}$ ， $L_m=19.45\text{mm}$ ， $W_d=2.334\text{mm}$ ， $h=0.7874\text{mm}$ ，基板介電係數為 $\varepsilon_r = 2.2$ 。

微帶導體部分視為理想導體，因此，導體所在處之切線電場均設為零。當計算兩介質交接面之電場時，使用兩介質係數的平均值[4]。除金屬接地面外，微帶結構邊緣之其他五個邊界採用Mur's一階吸收邊界條件 (first order Absorbing Boundary Condition)，詳細的內容可於參考文獻[5]找到。


為了得到寬頻的頻域響應特性，激勵源(excitation source)採用Gaussian pulse 加於源面 (source plane) 處，微帶線導體與接地面的四方區域中，使得此區域之

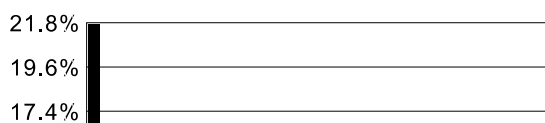


，在此， $T_w=15$ ps, $t_0=3T_w$, 時間增量 $\Delta t=0.15$ ps。

源面置於距離前端 (front point) $20 \Delta y$ 。參考面 (reference plane) 與微帶天線邊緣之距離 $L=10 \Delta y$ 並紀錄時域響應場值。FDTD 運算直到場值收斂達到穩定為止[2]。

爲了求得微帶天線之 $S_{11}(\omega)$ ，必須使用 FDTD 運算兩次，其步驟如下：[6]

- a. 使用 FDTD 計算 50Ω 微帶線，並於參考面紀錄入射電場 $E_z^i(t)$ 。
- b. 使用 FDTD 計算微帶線饋入矩形微帶天線於參考面(同上步驟)處，記錄的場值爲 $E_z^i(t) + E_z^r(t)$ 的和。
- c. 將“b”的結果減去“a”的結果，可得到反射電場 $E_z^r(t)$ 。
- d. 參考面上的 ，其中 $F[\]$ 表示傅利葉轉換。
- e. 微帶天線之邊線與微帶線饋入處之輸入阻抗。



其中， $\beta(\omega)$ 爲微帶線的波數 (wave number)， $Z_0(\omega)$ 爲微帶線的特性阻抗 (characteristic impedance)，兩者均由計算步驟“a”時求得。

FDTD 模擬分析的結果如圖二、三所示。由圖二可看出當增加導體厚度時，使得共振頻率愈有下降的趨勢，但頻寬卻沒有改變。與 Tzyy-Sheng Horng 等學者已發表的結果相同[7]。圖三爲不同導體厚度時， $Z_r(\omega)$ 及 $Z_x(\omega)$ 的曲線。表一爲天線於共振頻率時，不同導體厚度所對應之 $|S_{11}|$ 及 Z_r 值。由表一也可說明圖二及圖三的結果。

四、結論

本文應用 FDTD 法模擬具有不同導體厚度時，對微帶線饋入矩形微帶天線特性的影響。結果驗證出當導體厚度愈是增加時，其共振頻率愈有下降的現象。因此，當使用 FDTD 法模擬微帶電路，若省略導體厚度的考量，並設導體厚度爲零時，將會造成數值計算上些許的誤差，影響計算結果的精確度。

五、參考文獻

- [1] K.S. Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell’s equation in isotropic media,” IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-14, No.3 pp. 300-307, May 1966.
- [2] Allen Taflove, Computational Electrodynamics The Finite-Difference Time-Domain Method, Artech House, Boston, London.1995.
- [3] A. Taflove and M. E. Brodwin, “Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time dependent Max-well’s equation,” IEEE Trans Microwave Theory Tech.,

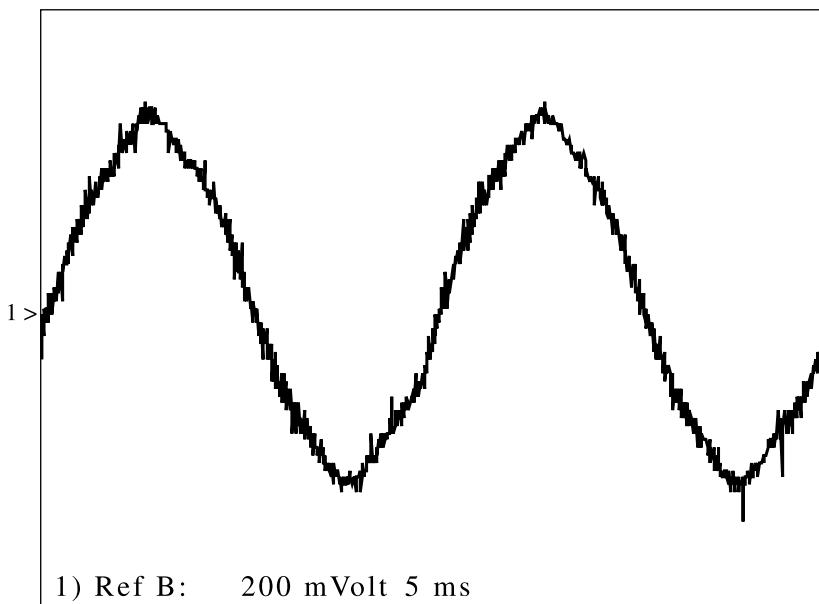
vol. MTT-23, pp. 623-630, Aug. 1975.

[4] X. Zhang and K. K. Mei. "Time -domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 36, No. 12, pp. 1775-1787, Dec 1988.

[5] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic field equations", IEEE Trans. Electromag Compact., vol. EMC-23, pp. 377-382, Nov. 1981.

[6] D. M. Sheen, S. M. Ali, M. D. Abouzahra and J. A. Kong, "Application of the three-dimensional finite-difference time-domain method to the analysis of planar microstrip circuits," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 38, No. 7, pp. 849-857, July 1990.

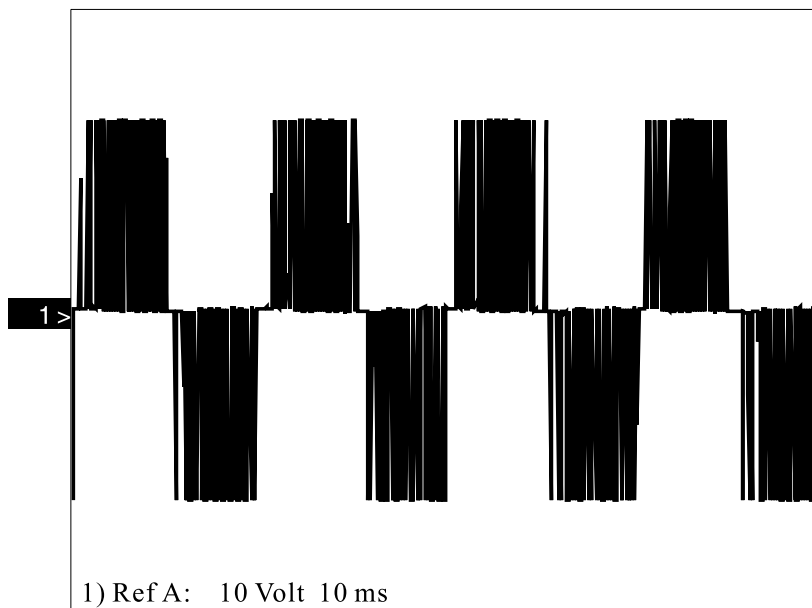
[7] Tzyy-Sheng Horng, Ming-Ju Tsai, Ching-Lung Chen and Nicolaos G. Alexopoulos "The influence of metallization thickness on a microstripline-fed patch antenna," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., pp. 840-843, 1994



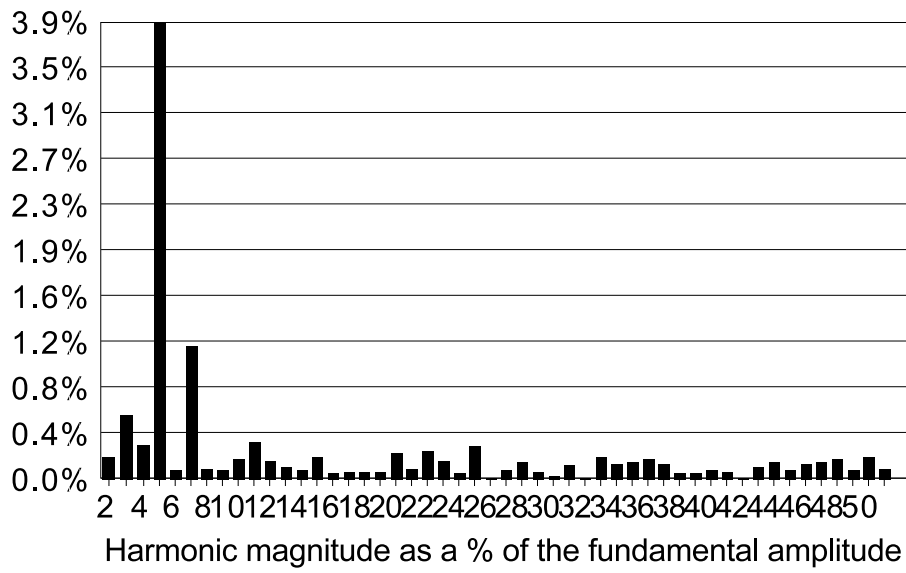
圖一、微帶線饋入矩形微帶天線幾何結構圖

表一、天線於共振頻率時，不同導體厚度 t 所對應之 $|S_{11}|$ 及 Z_r 值 ($\Delta z=0.07158\text{mm}$)

導體厚度 t	$0 \Delta z$	$1 \Delta z$	$2 \Delta z$
f_r (GHz)	7.46	7.42	7.38
$ S_{11} $ (dB)	-17.05	-17.09	-16.72
Z_r (Ω)	36.8	36.4	35.6



圖二、不同導體厚度所對應之 $|S_{11}|$ 曲線圖



Voltage: Ref A
Current: Ref A
Harmonics: 51

圖三、不同導體厚度所對應之 $Z_r(\omega)$ 及 $Z_x(\omega)$ 曲線圖